

引用格式:刘智颖,张柏桥,许巍,等.焦石坝地区页岩 Cole-Cole 模型参数的快速计算方法[J].油气藏评价与开发,2020,10(5):42-48.

LIU Z Y, ZHANG B Q, XU W, et al. A fast computing method for rock electric parameters of Cole-Cole model in Jiaoshiba Zone[J].

Reservoir Evaluation and Development, 2020, 10(5): 42-48.

DOI:10.13809/j.cnki.cn32-1825/te.2020.05.006

焦石坝地区页岩 Cole-Cole 模型参数的快速计算方法

刘智颖^{1,2},张柏桥¹,许巍²,罗兵¹,李铭华¹,黎伟¹

(1.中国石化江汉油田分公司勘探开发研究院,湖北 武汉 430223;2.长江大学地球物理与石油资源学院,湖北 武汉 430100)

摘要:利用不同频率的电源下测量的岩心复电阻率,计算 Cole-Cole 模型中的4个模型参数(ρ_0 、 m 、 τ 和 c),是岩心复电阻率频谱实验中重要的非线性寻优问题。然而,在焦石坝地区,参数 τ 很小,参数 c 变化范围大,使得最小二乘法寻优程序难以收敛。针对该问题,对寻优程序的初始值预估算法和最优迭代步长进行了研究。改进后的最小二乘法寻优程序,收敛速度明显加快,并且很好地避免了原有程序中参数 τ 值超出定义域而产生的计算错误的问题。研究表明,根据 Cole-Cole 模型函数的极值性质和渐近性质,可以直接求解参数 τ ,并且可以得出其余3个模型参数很好的迭代初始值。此外,将最小二乘法误差函数的梯度计算公式展开为泰勒级数,可以获得最优迭代步长,大幅提高算法收敛速度。

关键词:标准 Cole-Cole 模型;最小二乘法;梯度下降算法;迭代初始值预估;最优步长;龙马溪组页岩

中图分类号:P315.69

文献标识码:A

A fast computing method for rock electric parameters of Cole-Cole model in Jiaoshiba Zone

LIU Zhiying^{1,2}, ZHANG Baiqiao¹, XU Wei², LUO Bing¹, LI Minghua¹, LI Wei¹

(1. Research Institute of Exploration and Development, Sinopec Jianghan Oilfield, Wuhan, Hubei 430223, China;

2. College of Geophysics and Petroleum Resources, Yangtze University, Wuhan, Hubei 430100, China)

Abstract: Calculation of 4 parameters, ρ_0 , m , τ and c , of Cole-Cole model by complex rock core resistivity data measured with multi-frequency is an important nonlinear optimization problem in rock core complex resistivity experiments. However, in Jiaoshiba Zone, a very small τ and c with big value range cause the difficulty of the convergence of optimization program. Therefore, the initial value determination and optimized iteration step have been studied. The improved program performances well on the speed of convergence, and avoids the calculation failure caused by out-range of the parameter τ . The study indicates that according to the maximum property and asymmetry property, the parameter τ can be obtained directly, and good iteration initial values of the rest 3 parameters can be obtained either. Meanwhile, by transforming the error function to be Tyler series, the optimized iteration step can be obtained and the convergence speed can be upgraded significantly.

Key words: Cole-Cole model, least square method, gradient descent algorithm, iteration initial value estimation, optimized iteration step, shale in Longmaxi Formation

Cole-Cole 模型是由 PELTON 等人于 1932 年提出的泥页岩孔隙电流传导模型^[1-2],主要用于描述泥页岩复电阻率随交流电源频率变化。标准的 Cole-Cole 模型包含 4 个参数,即 ρ_0 、 m 、 τ 和 c 。这些参数可以反映页岩的孔隙结构、矿物组分等特征^[3-4]。如何利用岩心复电阻率频谱实验数据快速、准确地求出

这 4 个参数,是重要的研究课题。

通常,最小二乘法程序的寻优算法有模拟退火、遗传算法及梯度下降算法等。虽然模拟退火、遗传算法等全局寻优算法可以有效避免陷入局部极小值的问题^[5-7],但其运算速度难以保证。相比之下,采用梯度下降算法更能保证运算速度和收敛性^[8-9]。然

收稿日期:2019-11-07。

第一作者简介:刘智颖(1985—),男,博士,助理研究员,从事地球物理测井及计算机应用研究工作。地址:湖北省武汉市东湖高新区大学园路 18 号,邮政编码:430223。E-mail: lzykkww102@163.com

基金项目:湖北省教育厅青年人才项目“大斜度井中随钻电磁波测井响应数值模拟”(Q20171304)。

而,过多的参数不仅造成巨大的运算量,而且增加了迭代算法陷入局部极小值的可能性。为了降低 Cole-Cole 模型的复杂程度, PELTON 和 MADDEN 等^[1-10]根据常见储层的极化作用的类型及其特点,对标准 Cole-Cole 模型进行了简化,将参数 c 给定为 $1/4$ 、 $1/2$ 等值。这样,最小二乘法的寻优参数只剩下 ρ_0 、 m 和 τ 这3个值,提高了运算速度。大量的实践表明,前人提出的 Cole-Cole 简化模型在许多地区的应用效果良好。然而,实际岩心复电阻率资料表明,焦石坝地区 c 值的变化范围较大,不能将参数 c 设为恒定值。同时,该地区参数 τ 的数量级相较 ρ_0 、 m 和 c 很小,造成最小二乘法中的梯度下降算法难以保证一致收敛性,严重降低了收敛速度,甚至导致无法收敛。也就是说,此时梯度下降算法是病态的^[11]。具体表现在:寻优过程中, τ 的迭代值会出现负值,超出其定义域,导致程序计算错误而无法收敛。如果简单地将搜索步长 s 减小,虽然可以解决该问题,但程序计算速度严重减慢。

针对上述问题,通过从极值和渐近性质两个方面对标准 Cole-Cole 模型函数进行深入分析,给出了参数 τ 的一种简便计算方法,以及 ρ_0 、 m 和 c 这3个参数的迭代初始值预估算法。不仅使得最小二乘法寻优参数由原来的4个减少为3个,而且给出了 ρ_0 、 m 和 c 的初始值,从而有效改善了程序收敛性。同时,还对梯度下降法的迭代步长进行了改进,给出了最优步长。通过以上两项优化,程序的运算性能明显提高。以焦石坝地区某井的岩心复电阻率频谱数据为例,对改进前和改进后的程序运算速度进行了对比。对比结果表明,在相同的计算精度要求下,改进后的计算程序的迭代次数下降幅度较大,计算速度显著提高。

1 参数的迭代初始值预估算法

选取合适的迭代初始值,对于改善程序的收敛性有很大的帮助。本文给出了 ρ_0 、 m 、 τ 和 c 这4个参数的初始值预算法,其中参数 τ 的初始值即为其寻优结果,因而以上4个寻优参数简化为3个。

1.1 标准 Cole-Cole 模型简介

标准 Cole-Cole 模型函数描述了岩心复电阻率的实部和虚部随电源频率的变化情况^[12]。形式如下:

$$\rho = \rho_0 \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right) \right] \quad (1)$$

式中: ρ 为岩心复电阻率, $\Omega \cdot m$; ρ_0 为直流电阻率, $\Omega \cdot m$; m 为极化率; i 为虚数单位; ω 为交流电源的角频率, rad/s; τ 为极化弛豫特征时间, s/rad; c 是一个与极化类型有关的数^[1]。

1.2 模型函数的极值及渐近性质

为了给出待求参数 τ 、 ρ_0 、 m 、 c 初始值的预估方法,从极值和渐近性质两个方面对式(1)进行了分析。

将式(1)展开,并令 $A = \sin \frac{c\pi}{2}$, $B = \cos \frac{c\pi}{2}$, $x = (\omega\tau)^c$,则式(1)化为:

$$\rho_R = \rho_0(1 - m) + \rho_0 m \frac{1 + xB}{1 + 2Bx + x^2} \quad (2)$$

$$\rho_I = \rho_0 m \frac{-xA}{1 + 2Bx + x^2} \quad (3)$$

式中: ρ_R 和 ρ_I 分别是岩心复电阻率 ρ 的实部和虚部。

现有研究表明, $\rho_I(\omega)$ 曲线有一个极小值点^[2],首先对此极小值点的位置进行了分析,可以看出,用驻点法求式(3)极小值将导致求导运算烦琐,为此,应用不等式法求出了 $\rho_I(\omega)$ 的极值及极值点的位置。

令 $f(x) = \frac{-xA}{1 + 2Bx + x^2}$, 则有 $\rho_I = \rho_0 m f(x)$ 。取 ρ_I 的倒数有:

$$\frac{1}{\rho_I} = \frac{1}{\rho_0 m} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\rho_0 m} \frac{1 + 2Bx + x^2}{-xA} \quad (4)$$

对于 $c \in (0, 1)$ ^[11], 可以看出 A 和 B 均大于0。因此,应用重要不等式得:

$$\frac{-1}{f(x)} = \frac{1}{xA} + \frac{2B}{A} + \frac{x}{A} \geq \frac{2(B+1)}{A} \quad (5)$$

当且仅当 $x=1$ 时取等号。

将式(5)代入式(4),并应用复合函数增减性原理可得:

$$\rho_I \geq -\rho_0 m \frac{A}{2(B+1)} \quad (6)$$

当且仅当 $x=1$ 时取等号。

考虑到 $\forall c \in (0, 1)$ 有 x 是 ω 的单调增函数,则当 $\omega\tau = 1$ 时 ρ_I 取极小值。即当 $\omega = \frac{1}{\tau}$ 时,式(1)的虚部 ρ_I 有且仅有一个极小值点。

然后,对式(2)的性质进行分析。令

$$g(x) = \frac{1 + xB}{1 + 2Bx + x^2}, \text{ 则有:}$$

$$\frac{1}{g(x)} = \frac{1 + 2Bx + x^2}{1 + xB} = \frac{(1 + Bx) + (Bx + x^2)}{1 + xB} = 1 + \frac{Bx + x^2}{1 + xB} \quad (7)$$

令 $h(x) = \frac{Bx+x^2}{1+Bx}$, 则对于 $\forall x > 0$, 有:

$$h(x) = \frac{B+x}{\frac{1}{x}+B} \quad (8)$$

显然 $h(x)$ 是单调递增函数。应用复合函数增减性原理可得, ρ_R 是 x (或 ω) 的单调递减函数, 没有极值点。此外, 对于 $x=0$ 的值和 $x \rightarrow \infty$ 的渐近性质有:

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } \rho_R = \rho_0 \quad (9)$$

当 $x \rightarrow \infty$ 时, 根据洛毕达法则不难得出:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \rho_R = \rho_0(1-m) \quad (10)$$

最后, 对式(2)和式(3)在 $x=0$ 处的导数进行了计算。得出:

$$\left. \frac{d(\rho_R)}{dx} \right|_{x=0} = -B\rho_0 m; \quad \left. \frac{d(\rho_I)}{dx} \right|_{x=0} = -A\rho_0 m \quad (11)$$

1.3 初值预估方法

根据前面的分析, 结合本文使用的测量岩心复电阻率的阻抗分析仪 TH2839A 的工作频率, 提出了 τ 、 ρ_0 、 m 、 c 这 4 个参数的初始值预估方法。文中将 ρ_0 、 m 、 c 的初始值记作 $\rho_0^{(0)}$ 、 $m^{(0)}$ 、 $c^{(0)}$ 。

TH2839A 的工作频率范围是 20 Hz ~ 4 MHz, 可以输出 101 个频率下的岩心复电阻率数据。

1.3.1 参数 τ 的计算

先利用岩心复电阻率频谱实验数据绘制实部和虚部的频谱曲线, 找出虚部曲线的极小值对应的交流电角频率值 (记作: ω_0), 然后取 ω_0 的倒数即可确定 τ 的初始值。根据式(6), 此方法可以求出 τ 的严格解, 因此, 将这样求得的初始值直接视为 τ 的寻优结果。

求 ω_0 的具体方法是: 先在仪器输出的 101 个岩心复电阻率的虚部值中找出最小值, 然后提取与该最小值相邻的两个工作频率的复电阻率虚部值, 再将这 3 个虚部值及其各自对应的 3 个工作频率拟合为二次函数, 最后利用二次函数的极值公式求出其极小值点对应的角频率 (图 1)。图 1 中蓝色点是测量的复电阻率虚部的最小值, 该值不一定是严格的虚部最小值; 绿色点是与之相邻的 2 个数据点。虚线是二次拟合函数, 其极小值对应的角频率即为 ω_0 。

实际算例表明, 可以将该方法求出的 τ 值作为 τ 的寻优结果。精度完全满足要求, 无需将 τ 代入最小二乘法寻优程序中。

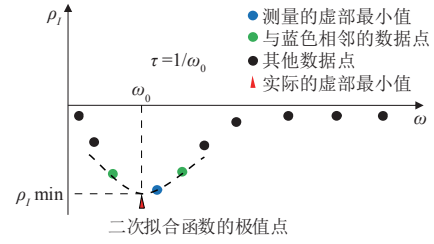


图1 ω_0 计算方法

Fig. 1 Computing method of ω_0

1.3.2 ρ_0 和 m 的迭代初始值

根据式(9)可以看出, 可以选取 20 Hz 时的复电阻率的实部值作为 $\rho_0^{(0)}$ 。算法为:

$$\rho_0^{(0)} = \rho_R \Big|_{f=20 \text{ Hz}} \quad (12)$$

将 4 MHz 下的复电阻率实部值 $\rho_R \Big|_{f=4 \text{ MHz}}$ 看作 $\lim_{x \rightarrow \infty} \rho_R$, 并代入式(10), 则有:

$$m^{(0)} = 1 - \frac{\rho_R \Big|_{f=4 \text{ MHz}}}{\rho_0^{(0)}} \quad (13)$$

1.3.3 c 的迭代初始值

由式(11)可以看出, 由于 A 和 B 都是 c 的函数, 因此, 只要知道 $\left. \frac{d(\rho_R)}{dx} \right|_{x=0}$ 和 $\left. \frac{d(\rho_I)}{dx} \right|_{x=0}$, 即可确定 c 的值。

$\left. \frac{d(\rho_R)}{dx} \right|_{x=0}$ 和 $\left. \frac{d(\rho_I)}{dx} \right|_{x=0}$ 可以根据最小的 2 个工作频率 (20 Hz 和 22.6 Hz) 下测量的复电阻率值, 应用差分法求出。这样, 式(11)即为一个关于 c 的方程组, 方程组的解即可作为 c 的迭代初始值 $c^{(0)}$ 。

考虑到 $\rho_0^{(0)} = \rho_R \Big|_{f=20 \text{ Hz}}$, 则有:

$$\left. \frac{d(\rho_R)}{dx} \right|_{x=0} = -B\rho_0 m \approx -\cos \frac{c\pi}{2} \rho_0^{(0)} m \approx -\frac{\rho_0^{(0)} - \rho_R \Big|_{f=22.6 \text{ Hz}}}{(2\pi \times 22.6 \times \tau)^c - (2\pi \times 20 \times \tau)^c} \quad (14)$$

$$\left. \frac{d(\rho_I)}{dx} \right|_{x=0} = -A\rho_0 m \approx -\sin \frac{c\pi}{2} \rho_0^{(0)} m \approx -\frac{\rho_I \Big|_{f=20 \text{ Hz}} - \rho_I \Big|_{f=22.6 \text{ Hz}}}{(2\pi \times 22.6 \times \tau)^c - (2\pi \times 20 \times \tau)^c} \quad (15)$$

将式(14)和式(15)联立为一个关于 c 的非线性超定方程组可以证明, 在 $c \in (0, 1)$ 区间中, 该方程组必存在一个最优解。

由于无须严格求解 c 的值, 因而采用枚举法, 从

0.1, 0.2, ..., 0.9 这 9 个值中进行试探。这样, 仅需 9 次计算, 即可找出最符合式(14)和式(15)的 c 值, 作为迭代初始值 $c^{(0)}$ 。

2 用最小二乘法求 ρ_0 、 m 和 c

最小二乘法程序通过搜索误差函数的最小值来确定待求参数的值。构造了如下误差函数(式 16), 该式为不同电源频率下式(1)算出的岩心电阻率的实部和虚部 (ρ_{R_i} 、 ρ_{I_i}) 与实际测量的岩心电阻率的实部和虚部 (η_i 、 μ_i) 之差的平方和。

然而, 尽管寻优的目标函数是式(16), 但其不适合用于描述迭代的精度。这是由于对于完全相同的计算精度, 如果 N 越大, 则式(16)的值越大, 这样不利于检验算法的计算精度。因此, 用相对误差式(17)作为判断迭代精度的标准。

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i = \sum_{i=1}^N [(\rho_{R_i} - \eta_i)^2 + (\rho_{I_i} - \mu_i)^2] \quad (16)$$

$$\varepsilon_r = \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ir} = \sum_{i=1}^N \left[\left| \frac{\rho_{R_i} - \eta_i}{\eta_i} \right| + \left| \frac{\rho_{I_i} - \mu_i}{\mu_i} \right| \right] \quad (17)$$

式中: ρ_{R_i} 和 ρ_{I_i} 分别表示式(1)计算出的第 i 个电源频率下岩心复电阻率的实部和虚部, η_i 和 μ_i 分别表示实际测量的第 i 个电源频率下岩心复电阻率的实部和虚部, N 为实验仪器的频率的个数。

2.1 改进前的梯度下降法

假设程序已经搜索至第 k 步, 当前的参数值分别为 $\rho_0^{(k)}$ 、 $m^{(k)}$ 、 $c^{(k)}$ 和 $\tau^{(k)}$ 。此时, 式(16)的值及其梯度分别为:

$$\varepsilon^{(k)} = \sum_{i=1}^N \{[\rho_{R_i}^{(k)} - \eta_i]^2 + [\rho_{I_i}^{(k)} - \mu_i]^2\} \quad (18)$$

$$\nabla \varepsilon^{(k)} = \left(\frac{\partial}{\partial c} \varepsilon^{(k)}, \frac{\partial}{\partial m} \varepsilon^{(k)}, \frac{\partial}{\partial \rho_0} \varepsilon^{(k)}, \frac{\partial}{\partial \tau} \varepsilon^{(k)} \right)^T \quad (19)$$

式中: $\rho_{R_i}^{(k)} = \rho_{R_i}(\rho_0^{(k)}, m^{(k)}, c^{(k)}, \tau^{(k)})$ 、 $\rho_{I_i}^{(k)} = \rho_{I_i}(\rho_0^{(k)}, m^{(k)}, c^{(k)}, \tau^{(k)})$ 分别表示根据第 k 步值 $\rho_0^{(k)}$ 、 $m^{(k)}$ 、 $c^{(k)}$ 和 $\tau^{(k)}$ 计算出的式(1)的实部和虚部。上角标 T 表示转置。

令 $\vec{r}^{(k)} = (\rho_0^{(k)}, m^{(k)}, c^{(k)}, \tau^{(k)})$, 搜索步长为 s , 则第 $k+1$ 个参数值可用式(20)求出^[13-14]:

$$\vec{r}^{(k+1)} = \vec{r}^{(k)} - s \nabla \varepsilon^{(k)} \quad (20)$$

此时, 式(19)的值为:

$$\varepsilon^{(k+1)} = \varepsilon(\vec{r}^{(k+1)}) = \varepsilon(\vec{r}^{(k)} - s \nabla \varepsilon^{(k)}) \quad (21)$$

一般给定一个较小的搜索步长 s (本文取 7.0×10^{-5}), 即可使得迭代序列 $\{\vec{r}^{(k)}; k=0, 1, 2, \dots\}$ 收敛到 4

个待求参数 ρ_0 、 m 、 c 和 τ 的精确结果。

2.2 对迭代步长的改进

为提高程序运算速度, 直接用 1.3.1 节中的方法求出 τ , 并对迭代步长 s 进行了改进。

仍然假设程序已经搜索至第 k 步, 在 $\vec{r}^{(k)}$ 的邻域 $\delta(\rho_0^{(k)}, m^{(k)}, c^{(k)})$ 内将式(21)展开为泰勒级数, 可用于表示 $\varepsilon(\vec{r}^{(k+1)})$ 的近似值。

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r}^{(k+1)}) &= \varepsilon(\vec{r}^{(k)} - s \nabla \varepsilon^{(k)}) \\ &\approx \varepsilon(\vec{r}^{(k)}) - \nabla \varepsilon^{(k)T} s \nabla \varepsilon^{(k)} + \frac{1}{2!} s^2 \nabla \varepsilon^{(k)T} \mathbf{H} \nabla \varepsilon^{(k)} \end{aligned} \quad (22)$$

其中:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c \partial \rho_0} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c \partial m} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial m^2} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c \partial \rho_0} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c \partial \rho_0} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial m \partial \rho_0} & \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial \rho_0^2} \end{bmatrix}$$

下面给出 $\frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c^2}$ 的计算公式, 其余元素的计算方法类似, 不做赘述。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon^{(k)}}{\partial c^2} &= \sum_{i=1}^N \left\{ 2 \left(\frac{\partial}{\partial c} \rho_{R_i}^{(k)} \right)^2 + 2(\rho_{R_i}^{(k)} - \eta_i) \left[\frac{\partial^2 \rho_{R_i}^{(k)}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial c} \right)^2 + \frac{\partial \rho_{R_i}^{(k)}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial c^2} \right] \right\} + \\ &\sum_{i=1}^N \left\{ 2 \left(\frac{\partial}{\partial c} \rho_{I_i}^{(k)} \right)^2 + 2(\rho_{I_i}^{(k)} - \mu_i) \left[\frac{\partial^2 \rho_{I_i}^{(k)}}{\partial x^2} \left(\frac{\partial x}{\partial c} \right)^2 + \frac{\partial \rho_{I_i}^{(k)}}{\partial x} \frac{\partial^2 x}{\partial c^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

式中: x 的定义与式(2)或式(3)相同。

由式(22)可以看出, 第 $k+1$ 步的误差函数值 $\varepsilon(\vec{r}^{(k+1)})$ 可以用一个关于搜索步长 s 的二次函数近似表示。这表明, 只要 s 取值范围足够小, 使得式(22)与 $\varepsilon(\vec{r}^{(k+1)})$ 的差别不大, 式(22)将存在极小值。也就是说, 选择最优的迭代步长, 可使得误差函数式(18)下降幅度达到最大。该最优迭代步长(记作 s_0)可由式(22)的一阶导数确定^[15]。

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \varepsilon(\vec{r}^{(k+1)}) &\approx -\nabla \varepsilon^{(k)} \cdot \nabla \varepsilon^{(k)} + s \nabla \varepsilon^{(k)T} \mathbf{H} \nabla \varepsilon^{(k)} = 0 \\ \Rightarrow s &= \frac{\nabla \varepsilon^{(k)} \cdot \nabla \varepsilon^{(k)}}{\nabla \varepsilon^{(k)T} \mathbf{H} \nabla \varepsilon^{(k)}} \equiv s_0 \end{aligned} \quad (24)$$

显然, 如果矩阵 \mathbf{H} 是正定矩阵, 则 s_0 必然给出式(22)的极小值^[16], 满足最优搜索步长的条件。

然而, 如果直接将 s_0 设定为搜索步长, 可能存在两个问题: ①如果 \mathbf{H} 是非正定的, s_0 就有可能小于 0, 而完全根据数学定义检验 \mathbf{H} 的正定性又是十分烦琐的; ②当 s_0 过大时, 式(22)的值将不再近似等于 $\varepsilon(\vec{r}^{(k+1)})$, 造成 s_0 不再是最优的搜索步长。本文采用了

一种较为简单的确定搜索步长的方法。

事实上,通过观察式(22)不难发现,即使 \mathbf{H} 不是正定矩阵,只要 s 取得足够小,序列 $\{\mathbf{r}^{(k)}:k=0,1,2,\dots\}$ 仍然是收敛的。

$$\text{当 } s=0 \text{ 时: } \frac{d}{ds} \varepsilon(\mathbf{r}^{(k)} - s \nabla \varepsilon^{(k)}) = -\nabla \varepsilon^{(k)} \cdot \nabla \varepsilon^{(k)} < 0 \quad (25)$$

式(25)表明,只要 s 足够小,就有 $\varepsilon(\mathbf{r}^{(k+1)}) < \varepsilon(\mathbf{r}^{(k)})$ 。说明即使用式(24)求出的 $s_0 < 0$,不能作为迭代步长,但此时只要给一个较小的搜索步长 s 即可,本文选择 1×10^{-7} 。

综上所述,以 1×10^{-7} 作为判断 s_0 大小的标准,若 $s_0 > 1 \times 10^{-7}$ 或 $s_0 < 0$ 则取 $s = 1 \times 10^{-7}$,若 $0 < s_0 < 1 \times 10^{-7}$ 则取 $s = s_0$ 。

3 计算实例

将改进前的算法和改进后的算法用于焦石坝地区某井的岩心复电阻率频谱数据处理,计算出了 ρ_0 、 m 、 τ 、 c 4 个参数。下面以焦石坝页岩气田某区块的 8XX 井中 2 号样、18 号样、23 号样为例,说明不同算法的计算效果。岩心钻切档案资料见表 1,实验测量的复电阻率频谱数据见图 2 中的数据点。

编制了 3 个最小二乘法计算程序:第 1 个程序是将迭代步长设为定值(1×10^{-7}),并随机给定迭代初始值;第 2 个程序采用了 2.2 小节描述的最优步长算法,但迭代初始值同第 1 个程序;第 3 个程序同时采用了

文中的迭代初始值预估方法和最优步长算法。3 个程序迭代计算过程中的相关参数见表 2—表 7。用第 3 个程序求出的 4 个参数绘制的复电阻率频谱曲线见图 2 中的实线。

可以看出,在相同的相对误差条件下,虽然程序 2 (表 4、表 5)比程序 1 (表 2、表 3)在总迭代次数方面虽然有一定进步,但算法收敛性仍然不佳,无法满足实际生产的要求。算法 3 (表 6、表 7)不仅收敛性很好,而且迭代次数大幅减少,程序运算速度显著提高。

表 2 程序 1 的参数及计算结果

Table 2 Parameters and computing results of program-1

样号	总迭代次数	相对误差/%	初始值	计算结果
2	不收敛			
18	不收敛			
23	19 394	9.07	$c^{(0)}=0.5$	$c=0.796\ 784$
			$\tau^{(0)}=1.0 \times 10^{-6}$	$\tau=3.213\ 45 \times 10^{-6}$
			$m^{(0)}=0.9$	$m=0.999\ 83$
			$\rho_0^{(0)}=4\ 000$	$\rho_0=4\ 003.354\ 93$

表 3 程序 1 的运行过程

Table 3 Processing of program-1

样号	迭代次数	相对误差	当前迭代值			
			$\rho_0^{(i)}$	$m^{(i)}$	$c^{(i)}$	$\tau^{(i)}$
3	000	593.4 %	4 314.495 3	0.897 643	0.698 743	1.029 5 $\times 10^{-6}$
23	8 000	164.72 %	4 394.180 4	0.958 395	0.768 959	3.019 4 $\times 10^{-6}$
	15 000	43.61 %	4 009.352 6	0.999 875	0.719 845	3.579 9 $\times 10^{-6}$

表 4 程序 2 的参数及计算结果

Table 4 Parameters and computing results of program-2

样号	总迭代次数	相对误差/%	初始值	计算结果
2	不收敛			
18	不收敛			
23	8 394	9.56	$c^{(0)}=0.5$	$c=0.795\ 344\ 2$
			$\tau^{(0)}=1.0 \times 10^{-6}$	$\tau=3.228\ 42 \times 10^{-6}$
			$m^{(0)}=0.9$	$m=0.992\ 713\ 56$
			$\rho_0^{(0)}=4\ 000$	$\rho_0=4\ 002.566\ 89$

表 1 8XX 井部分岩心钻切档案资料

Table 1 Records of several rock cores of well-8XX

样号	组	取心深度/m	层位	岩性描述	钻切方向	岩心规格/cm
2	龙马溪	3 566.60	9	黑色页岩	垂直层理	柱样: $\phi 24.48 \times 36.55$
18	龙马溪	3 636.60	3	黑色页岩	垂直层理	柱样: $\phi 24.48 \times 15.93$
23	龙马溪	3 558.65	浊积砂	泥质砂岩	无层理	柱样: $\phi 24.93 \times 84.62$

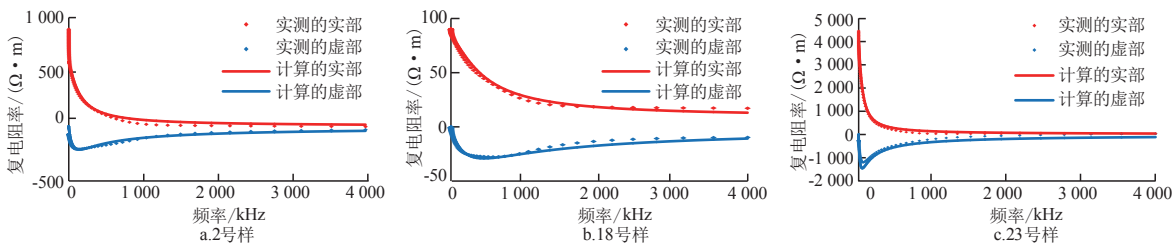


图 2 岩心复电阻率频谱数据(数据点)与用程序求出的参数绘制的频谱曲线(实线)对比

Fig. 2 Comparison between real measured complex resistivity data and the calculations from program

表5 程序2的运行过程
Table 5 Processing of program-2

样号	迭代次数	相对误差/%	当前迭代值			
			$\rho_0^{(i)}$	$m^{(i)}$	$c^{(i)}$	$\tau^{(i)}$
2	2000	763.8	4 108.325 6	0.901 436	0.704 852	2.094 9×10 ⁻⁶
23	6000	108.4	4 287.649 5	0.980 784	0.746 424	3.787 4×10 ⁻⁶
	8000	10.65	4 003.906 3	0.999 763	0.726 441	3.706 5×10 ⁻⁶

表6 程序3的参数及计算结果
Table 6 Parameters and computing results of program-3

样号	总迭代次数	相对误差/%	初始值	计算结果
2	12	7.57	$c^{(0)}=0.8$	$c=0.786\ 648\ 66$
			$m^{(0)}=1.001$	$\tau=1.074\ 09\times 10^{-6}$
			$\rho_0^{(0)}=893.5$	$m=0.999\ 987\ 3$ $\rho_0=593.384\ 774$
18	19	6.45	$c^{(0)}=0.8$	$c=0.826\ 65$
			$m^{(0)}=0.809\ 9$	$\tau=3.580\ 51\times 10^{-7}$
			$\rho_0^{(0)}=90.3$	$m=0.902\ 873\ 43$ $\rho_0=84.846\ 30$
23	8	9.23	$c^{(0)}=0.8$	$c=0.798\ 434$
			$m^{(0)}=0.917\ 61$	$\tau=3.222\ 04\times 10^{-6}$
			$\rho_0^{(0)}=4\ 457.3$	$m=0.999\ 830$ $\rho_0=4\ 002.943\ 1$

表7 程序3的运行过程
Table 7 Processing of program-3

样号	迭代次数	相对误差/%	当前迭代值			
			$\rho_0^{(i)}$	$m^{(i)}$	$c^{(i)}$	$\tau^{(i)}$
0	0	10.76	893.500 00	1.001 000 0	0.800 000	
2	5	8.73	649.488 10	0.999 424 0	0.790 821	1.074 09×10 ⁻⁶
10	10	7.57	593.302 60	0.999 988 0	0.786 605	
0	0	7.03	90.300 00	0.809 900 0	0.800 000	
18	8	6.51	85.348 23	0.902 727 6	0.826 130	3.580 51×10 ⁻⁷
16	16	6.44	84.828 41	0.902 808 3	0.826 650	
0	0	9.37	4 457.300 0	0.917 600 0	0.800 000	
23	3	9.24	4 138.187 3	0.960 949 5	0.810 452	3.222 04×10 ⁻⁶
6	6	9.23	4 002.996 7	0.999 829 7	0.798 430	

4 结论与讨论

1) 焦石坝地区页岩储层的参数 c 变化范围较大,因而不能采用前人设计的简化的 Cole-Cole 模型,而必须使用标准 Cole-Cole 模型。同时,参数 τ 值过小,严重影响了最小二乘法寻优程序的收敛性。

2) 通过分析标准 Cole-Cole 模型函数的极值点和渐近特性,发现参数 τ 值可以直接利用虚部曲线的极小值位置求出。同时,给出了 ρ_0 、 m 和 c 这3个参数较好的迭代初始值计算方法,显著改善了最小二乘法程序的收敛性。

3) 对于复杂的非线性寻优问题,如果将搜索步

长设为固定值可能造成收敛速度过慢,而在迭代点的邻域内,对寻优目标函数进行泰勒级数展开,可获得最优的搜索步长,使得算法收敛速度加快。

4) 本文并未考虑算法的鲁棒性。事实上,由于 TH2839A 阻抗分析仪的相敏部件的测量误差,以及焦石坝地区的一些复杂的矿物,使得在某些频率段岩心复电阻率与标准 Cole-Cole 模型有较大差异。这些异常数据对算法鲁棒性提出了一定要求,下一步工作将围绕此问题展开。

参考文献

- [1] PELTON W H, WARD S H, HALLOF P G, et al. Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multi-frequency IP[J]. *Geophysics*, 1978,43(3): 588-609.
- [2] 黄涛,余刚,王绪本,等.页岩岩芯复电阻率频散特征主要影响因素的实验研究[J]. *物探化探计算技术*, 2016, 38(2): 167-174.
HUANG T, YU G, WANG X B, et al. Experiment research of the main influence factors of shale sample complex resistivity dispersion characteristics[J]. *Computing Techniques For Geophysical And Geochemical Exploration*, 2016, 38(2): 167-174.
- [3] DIAS C A. Developments in a model to describe low-frequency electrical polarization of rocks[J]. *Geophysics*, 2000, 65(2): 437-451
- [4] 徐凤姣,谢兴兵,周磊,等.时域电磁法在我国南方富有机质页岩勘探中的可行性分析[J]. *石油物探*, 2016, 55(2): 294-302.
XU F J, XIE X B, ZHOU L, et al. The feasibility of TDEM in the exploration for rich organic shale reservoir in Southern China[J]. *Geophysical Prospecting for Petroleum*, 2016, 55(2): 294-302.
- [5] DIAS C A. A non-grounded method for measuring electrical induced polarization and conductivity: ph.D. thesis[D]. Berkeley: University of California, Berkeley, 1968.
- [6] XU W, KE S Z, YIN C F, et al. Measurement and inversion of complex resistivity spectra for different core samples[C]// paper SEG-2014-0469 presented at the 2014 SEG Annual Meeting, 26-31 October 2014, Denver, Colorado, USA.
- [7] 高雷阜,周庆.多项式优化问题极小值数量及最优值下界分析[J]. *辽宁工程技术大学学报(自然科学版)*, 2018, 37(3): 669-672.
GAO L F, ZHOU Q. Number of minimum value and lower bound of optimal value for polynomial optimization problem[J]. *Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 2018, 37(3): 669-672.
- [8] 向葵,胡文宝,严良俊,等.川黔地区页岩复电阻率的频散特性[J]. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(5): 1013-1019.
XIANG K, HU W B, YAN L J, et al. Complex resistivity dispersion characteristics of shale samples in Sichuan and Guizhou area[J]. *OGP*, 2014, 49(5): 1013-1019.
- [9] 肖占山,赵云生,赵宝成,等.基于岩石电性参数频散特性的储层参数评价方法[J]. *物探与化探*, 2019, 43(5): 1105-1110.
XIAO Z S, ZHAO Y S, ZHAO B C, et al. The evaluation method of reservoir parameters based on the rock's electrical parameter dispersion properties[J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2019, 43(5): 1105-1110.

- [10] MADDEN T R, CANTWELL T. Induced polarization: A review [C]// presented at the Mining Geophysics (SEG), 1967, Tulsa, Oklahoma, USA.
- [11] 李斐,郝卫峰,王文睿,等.非线性病态问题解算的扰动分析[J].测绘学报,2011,40(1):5-9.
LI F, HAO W F, WANG W R, et al. The perturbation analysis of nonlinear ill-conditioned solution[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011, 40(1): 5-9.
- [12] 李鹏飞,严良俊,余刚.南方页岩岩芯的复电阻率测试与分析[J].工程地球物理学报,2014,11(3):383-386.
LI P F, YAN L J, YU G. The southern shale core complex resistivity testing and analysis[J]. Journal of engineering geophysics, 2014, 11(3): 383-386.
- [13] 赵迪斐,郭英海,朱炎铭,等.龙马溪组页岩气复电阻率勘探的理论依据[J].非常规油气,2016,3(3):15-20.
ZHAO D F, GUO Y H, ZHU Y M, et al. The theoretical basis of shale gas exploration with complex resistivity in Longmaxi Formation[J]. Unconventional Oil & Gas, 2016, 3(3): 15-20.
- [14] 李春梅,王翠方,段雪峰.求解一类矩阵迹极小问题的非线性共轭梯度法[J].数学杂志,2020,40(3):323-331.
LI C M, WANG C F, DUAN X F. The nonlinear conjugate gradient method for solving a class of the matrix trace minimization problem[J]. Journal of Mathematics, 2020, 40(3): 323-331.
- [15] 刘红英,张奇业.多元二次函数极值的研究[J].高等数学研究,2015,18(2):5-7.
LIU H Y, ZHANG Q Y. Necessary and sufficient conditions of quadratic function minimum[J]. Studies in College Mathematics, 2015, 18(2): 5-7.
- [16] 王晓明,朱一心.关于二次型零点的注记[J].大学数学,2020,36(3):23-28.
WANG X M, ZHU Y X. On the rank of zeros of a quadratic form [J]. College Mathematics, 2020, 36(3): 23-28.

(编辑 柳超超)

(上接第41页)

- ZHAO X Z, ZHANG Y M, TANG C Z, et al. Integrated exploration technology and management of high-precision 3D seismic acquisition, processing and interpretation[J]. China Petroleum Exploration, 2008, 13(2): 74-82.
- [17] 柳兴刚,朱国铭,于世东,等.复杂山地三维地震勘探中的现场处理技术[J].中国石油勘探,2013,18(3):40-45.
LIU X G, ZHU G M, YU S D, et al. Field processing technique for 3D seismic prospecting in complex mountainous areas[J]. China Petroleum Exploration, 2013, 18(3): 40-45.
- [18] 唐杰,张文征,戚瑞轩,等.基于噪声水平估计的加权核范数最小化噪声压制方法研究[J].石油物探,2019,58(5):734-740.
TANG J, ZHANG W Z, QI R X, et al. Seismic data denoising by weighted nuclear minimization based on noise specting for Petroleum, 2019, 58(5): 734-740.
- [19] 王立歆,林伯香.复杂近地表探区静校正量的地表一致性融合技术[J].石油物探,2019,58(1)34-42.
WANG L X, LIN B X. Surfaceconsistent integration of different versions of statics in complicated near surface[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2019, 58(1): 34-42.
- [20] 黄鹏,殷厚成,薛维忠,等.山前带复杂浅表层建模研究[J].石油物探,2019,58(6):837-845.
HUANG P, YIN H C, XUE W Z, et al. Modeling of complex near-surface in piedmont zone[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2019, 58(6): 837-845.
- [21] 王霞,李丰,张延庆,等.五维地震数据规则化及其在裂缝表征中的应用[J].石油地球物理勘探,2019,54(4):844-852.
WANG X, LI F, ZHANG Y Q, et al. Regularization of 5D seismic data and its application in fracture characterization[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2019, 54(4): 844-852.
- [22] 印兴耀,张洪学,宗兆云. OVT数据域五维地震资料解释技术研究现状与进展[J].石油物探,2018,57(2):155-178.
YIN X Y, ZHANG H X, ZONG Z Y. Research status and progress of 5D seismic data interpretation in OVT domain[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2018, 57(2): 155-178.
- [23] 庞仕敏.赤水地区地震资料处理中串相位问题的解决[J].内蒙古石油化工,2014,24(11):65-68.
PANG S M. Solving the problem of series phase in seismic data processing in Chishui area[J]. Inner Mongolia Petrochemical Industry, 2014, 24(11): 65-68.
- [24] 李鹏飞,崔德育,黄诚.地震资料处理解释一体化技术在塔北碳酸盐岩储层识别中的应用[J].石油地球物理勘探,2018,53(Z2):306-313.
LI P F, CUI D Y, HUANG C. Application of integrated seismic data processing and interpretation technology in carbonate reservoir identification in Tabei[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2018, 53(Z2): 306-313.
- [25] 印兴耀,马妮,马正乾,等.地应力预测技术的研究现状与进展[J].石油物探,2018,57(4):488-504.
YIN X Y, MA N, MA Z Q, et al. Review of in-situ stress prediction technology[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2018, 57(4): 488-504.
- [26] 张水山,熊晓军,刘阳,等.基于综合信息的三维层速度场建立及其在涪陵页岩气田应用研究[J].石油物探,2018,57(1):122-128.
ZHANG S S, XIONG X J, LIU Y, et al. Three-dimensional interval velocity building based on comprehensive data analysis and its application in Fuling shale gas field exploration[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2018, 57(1): 122-128.
- [27] 冯波,吴成梁,王华忠.反射波层析反演速度建模方法[J].石油物探,2019,58(3):371-380.
FENG B, WU C L, WANG H Z. Velocity model building using reflection tomography[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2019, 58(3): 371-380.
- [28] 刘厚裕.中国南方碳酸盐岩裸露区表层地震地质条件研究[J].油气藏评价与开发,2012,2(6):6-9.
LIU H Y. Research on surface seismic geologic condition of carbonate exposed area in South China[J]. Reservoir Evaluation and Development, 2012, 2(6): 6-9.
- [29] 敬朋贵,殷厚成,陈祖庆.南方复杂山地三维地震勘探实践与效果分析[J].石油物探,2010,49(5):495-499.
JING P G, YIN H C, CHEN Z Q. Practice and effect analysis of 3D seismic exploration in complex mountainous area of South China[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2010, 49(5): 495-499.

(编辑 徐佩)